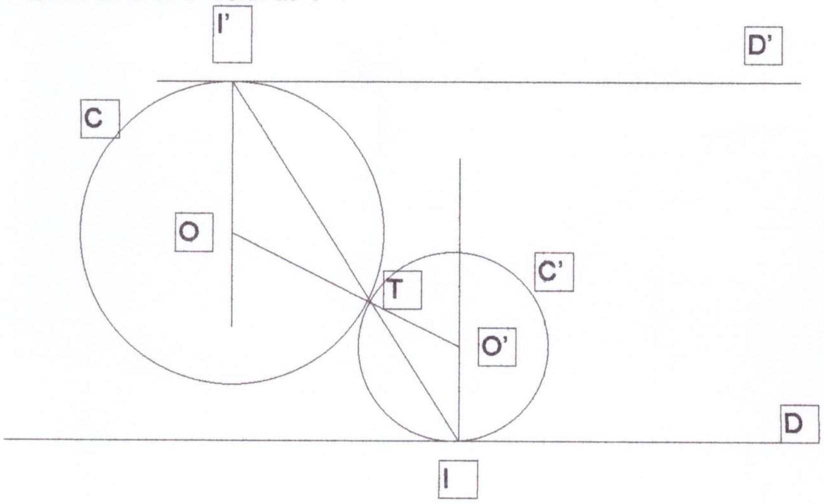
On donne un cercle C, une droite D et un point I de D. Construire les cercles tangents à C et tangents en I à D.

Analyse

Supposons le problème résolu . Soit C' un cercle répondant à la question , T le point de contact de C et C', O le centre de C et O' celui de C' :



Soit h l'homothétie de centre T qui transforme C en C'. D est l'image par h d'une droite D' tangente à C et parallèle à D. Soit I' le point de C tel que h(I')=I. Le centre O' de C' est le point d'intersection de (OT) et de la parallèle à (OI') passant par I.

Synthèse-construction

C, D et I étant donnés, on trace une droite D' parallèle à D et tangente à C : comme il y a dans le cas général deux façons de choisir D', il y aura deux cercles C' répondant à la question, l'un tangent extérieurement à C, l'autre intérieurement. Soit I' le point de contact de C et D'. T est alors le point d'intersection de (II') et de C. Le centre O' de C' est finalement obtenu comme point d'intersection de (OT) et de la médiatrice de [IT].

Discussion

- Dans le cas général où D n'est pas tangente à D', il y a comme on vient de le voir toujours *deux* solutions.
- Si D est tangente à C et que I n'est pas un point de C, la construction précédente ne fournit qu'*une* solution, obtenue en considérant la seule tangente à C strictement parallèle à D. Il existe cependant dans ce cas une deuxième solution triviale : le cercle-point I', point de contact de C et D.
- Si D est tangente à C en I, la construction précédente n'amène aucune solution. Il y a cependant dans ce cas une *infinité* de solutions triviales : tous les cercles C' passant par I et centrés sur (OI) répondent à la question.